高３理系 数ⅡＢ選択者の課題　第５回

(↖ 第４回は欠番です)

授業再開したと思いきや、再び休校になってしまいました・・・。また、他県は緊急事態宣言解除が出たのに、私たちのいる東京・神奈川は解除ならずに自粛の日々が続いています。

体調はもちろんですが、皆さんの心のコンディションが心配でなりません　(;´Д｀)　泣き。

せめて学問に勤しむことで、日常感を取り戻してくれれば・・・笑。

ではでは「頭を鍛える」お手伝い、第４弾のお知らせです。(^^♪

テキスト：「 改訂版 チャート式 解放と演習シリーズ対応　Set Up 数学演習ⅠⅡAB 基本編[受験編] 」

やる箇所：P16・18・20・22（数Ⅰ），P30・32・34（数A），P42・44・46・48・50（数Ⅱ）

やり方：指定されたページの問題を記述式に解く。(教科書・参考書などを参考にして解いても良い)

【注意】Check ページ(見開き左側のページ)は、指定外のところも解いてかまいませんが、

その他のページ《Set Up 頁(見開き右側の頁)・追加問題(巻末)》は、手を付けないこと

(課題のやり方等不明な点があれば、9 時～3 時までの間に学校(佐野)に連絡をください。)

提出予定日：次の登校日

ライバルとの差をつけるのは今です！　トップギアで受験勉強に突入すべし。(　｀―´)ノ

健闘を祈る♪　by Sano

プリントアウトして書きこむことをお勧めする。☆頑張って＿＿＿に適するものを入れたり問題を解きなさい。

無限数列　a_1，a_2，a_3，…，a_n，…　の各項を順に＋（足す）の記号で結んだ「式」

つまり，「$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$」←①　を＿＿＿＿＿という。

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$ ＝ ＿＿＿ と表すこともある

無限級数①においても，数列同様に a_1 を＿＿＿，a_n を第＿＿項という。

また，無限数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n で表す。

これは無限級数①の第 n 項までの＿＿＿＿という。

この部分和から新たに，無限数列 $\{S_n\}$ をつくる。　S_1，S_2，S_3，…，S_n，…

「$\{S_n\}$ が収束して，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿」とき，つまり「$\lim\limits_{n\to\infty} S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k=S$」

このとき，「無限級数①は S に＿＿＿する」または「無限級数①の＿＿は S である」という

注）「　」でかかれたことは全部同値となる

したがって＿＿＿＿＿＿＿と表すこともある。

無限級数の和

無限級数　$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$　の部分和 S_n から作られる無限数列 $\{S_n\}$ が S に収束するとき，この無限級数の和は S である。

※　無限数列 $\{S_n\}$ が発散するとき，無限級数 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$　は発散する

P105　例題3　　次の無限級数は収束することを示し，その和を求めよ。

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n(n+1)}+\cdots\cdots$$

解）第 n 項までの部分和を S_n とすると

$$S_n=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$$

※ $\dfrac{1}{n(n+k)}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿

よって　$\lim\limits_{n\to\infty} S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)$＿＿　　※ $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n+1}=0$

したがって，この無限級数は収束して，その和は＿＿である。

※ $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+1)}=$＿＿となる

P105　例題4　　無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ の収束，発散を調べよ。

解）<u>分母の有利化</u>の利用

$$\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\frac{\rule{8cm}{0.4pt}}{\rule{4cm}{0.4pt}}$$

第 n 項までの部分和を S_n とすると

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$$

$$=\sum\rule{4.5cm}{0.4pt}$$

$$=\rule{13cm}{0.4pt}$$

$$=\rule{3.5cm}{0.4pt}$$

よって　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}S_n$

$$\rule{5cm}{0.4pt}=\rule{0.5cm}{0.4pt}$$

したがって，この無限級数は________

P105　練習12　次の無限級数の収束，発散を調べ，収束するときはその和を求めよ。

(1)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}$

(2)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$

解)

(1)

(2)

初項 a，公比 r の無限等比数列から作られる無限級数

$a+ar+ar^2+ar^3+\cdots+ar^{n-1}+\cdots$　を初項 a，公比 r の＿＿＿＿＿＿という。

無限等比級数の収束•発散

［１］ $a\neq 0$　のとき

（ｉ）＿＿＿＿ならば収束し，その和は＿＿＿＿

（ⅱ）＿＿＿＿ならば＿＿する

［２］ $a=0$　のとき　S 収束し，その和は 0 である。

※　無限等比級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ が収束する $\Leftrightarrow a=0$　または，＿＿＿

証明）

［１］ $a\neq 0$　なので，$r\neq 1$のとき，部分和$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} ar^{k-1}=$＿＿＿＿＿

（ｉ）のとき $|r|<1$　なので，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} r^n$ ＿＿＿よって $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n=\frac{a}{1-r}$

（ⅱ）のとき $|r|\geqq 1$　なので，$r\leqq -1$，かつ $r>1$ のとき，無限等比数列は＿＿するので，無限数列 $\{S_n\}$ も＿＿する。

$r=1$　のとき，無限等比数列は　a，a，$\cdots$，a，$\cdots$と a が無限に並ぶ数列なので，

その部分和 $S_n=a+a+\cdots+a=$＿＿　なので，て $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n=$＿＿よって発散する

［２］ $a=0$なので，無限級数は$0+0+0+\cdots\cdots$　なので，収束し，その和は0　となる。

P107　例題5

次のような無限等比級数の収束，発散を調べ，収束するときはその和を求めよ。

(1)　初項 2，公比 $\dfrac{1}{3}$　　(2)　初項 1，公比 $-\sqrt{3}$

解）(1)　初項が 2，公比について＿＿＿＿であるから収束して，その和は

$$\frac{2}{1-\frac{1}{3}}=3$$

(2)　初項が 1，公比について＿＿＿＿＿ であるから，発散する。

P107　練習13

次のような無限等比級数の収束，発散を調べ，収束するときはその和を求めよ。

(1)　初項 1，公比 $\dfrac{1}{2}$　　(2)　初項 $\sqrt{2}$，公比 $-\sqrt{2}$

(3)　$1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}-\cdots\cdots$　　(4)　$(\sqrt{2}+1)+1+(\sqrt{2}-1)+\cdots\cdots$

解）

P107　例題6　次の無限等比級数が収束するような x の値の範囲を求めよ。

$$x+x(1-x)+x(1-x)^2+\cdots\cdots$$

解）

初項が x，公比が $1-x$ であるから，この無限等比級数が収束するための必要十分条件は

$x=$＿＿＿または＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿なので，

（ｉ） $x=$＿

（ⅱ）＿＿＿＿＿＿＿ のとき＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿すなわち＿＿＿＿＿＿＿＿

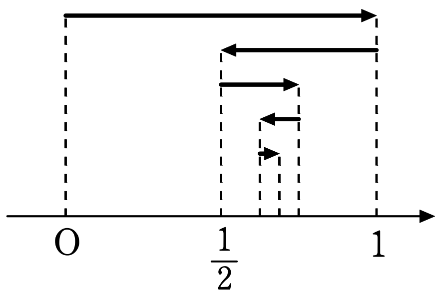
（ｉ）（ⅱ）より，求める x の値の範囲は　　$0 \leqq x < 2$

P108　応用例題4

数直線上で，点 P が原点 O から正の向きに 1 だけ進み，そこから負の向きに $\frac{1}{2}$，そこから正の向きに $\frac{1}{2^2}$，そこから負の向きに $\frac{1}{2^3}$ と進む。以下，このような運動を限りなく続けるとき，点 P の極限の位置の座標を求めよ。

解）点 P の座標は，順に次のようになる。

$1,\ 1-\frac{1}{2},\ 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2},\ 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3},\ \cdots\cdots$



よって，点 P の極限の位置の座標は，初項＿，公比＿＿＿＿の無限等比級数で表される。

公比について＿＿＿＿＿＿＿であるから，この無限等比級数は収束して，その和は

$$=\frac{2}{3}$$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

したがって，点 P の極限の位置の座標は　$\frac{2}{3}$

P107　練習14　次の無限等比級数が収束するような x の値の範囲を求めよ。

(1)　$1+(2-x)+(2-x)^2+\cdots\cdots$　　(2)　$x+x(2-x)+x(2-x)^2+\cdots\cdots$

解)

P108　練習15

数直線上で，点 P が原点 O から正の向きに 1 だけ進み，そこから負の向きに $\frac{1}{2^2}$，そこから正の向きに $\frac{1}{2^4}$，そこから負の向きに $\frac{1}{2^6}$ と進む。以下，このような運動を限りなく続けるとき，点 P の極限の位置の座標を求めよ。

解）

今回のプリントは以上，あとはクリアーをやることお勧めする。