高校2年生(語学)　数学A　課題
※語学以外の人は数学Ⅱに進む※

みなさんはどう過ごしていますか？授業が再開されましたが,今週の数学Aの授業では以下のような課題に取り組んでいます。

授業だけでは終わらなかった人も合わせて課題を進めましょう。

[用意するもの]

・数学Ａの教科書　・松蔭ノート(数学A用)　・クリアー(場合の数と確率)

・筆記用具

[課題]

・最初の数学Ａの課題の答え合わせ

次ページ以降に解説を読んで丸付け。以下の注意を参考に○をつけること。

・前回出したクリアーの答え合わせ

もう丸付けしてある人も以下の注意を参考にすること。

～○付け時の注意～

・答えのみは×。樹形図や場合の数,約分までみること。

・間違えたときは×をつける。解説をよく読んでみる。

何も見ないで解き直しが出来ればなおよし。

※詳しいクリアーの解き方･○つけ方は授業のときに言うので上記のみすること。

内容などに質問がある場合

①電話でのお問い合わせ(9:00～11:30　1,2組は中村,3組は佐野まで

②メールでのお問い合わせ

以上

解答解説

$\boxed{1}$ サイコロ1個を投げるとき,以下の確率を求めなさい。

(1) 5の目が出る確率　　(2) 偶数である確率

解答　サイコロ1個を投げたときのすべての場合の数は6通り

(1) 5の目が出る場合の数は1通り

よって,その確率は $\dfrac{1}{6}$

(2) 偶数の目が出る場合の数は2,4,6の3通り

よって,その確率は $\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

$\boxed{2}$ 赤玉が 4 個，青玉が 6 個，黄玉が 8 個入った袋がある。この袋の中の玉をよくかき混ぜてから 1 個取り出す。次のようなことがらの起こる確率を求めなさい。

(1) 取り出した玉が青である。　　(2) 取り出した玉が赤または黄である

(3) 取り出した玉が青ではない。

解答　袋の中には18個$(=4+6+8)$の玉がある。

(1) 青玉は6個

よって,その確率は $\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}$

(2) 赤玉は4個,黄玉は8個なので合わせて12個

よって,その確率は $\dfrac{12}{18}=\dfrac{2}{3}$

(3) (1)以外なので　　別解 (2)と同じなので $\dfrac{1}{3}$

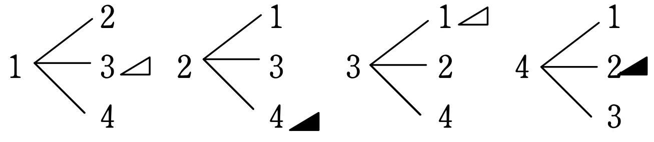
$1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

$\boxed{3}$ 1，2，3，4 の 4 枚のカードから，もとにもどさずに続けて 2 枚を取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1) 2 枚とも奇数である確率　　(2) 2 枚とも奇数でない確率

(3) 1 枚が奇数で，1 枚が偶数である確率

解答　樹形図を以下に示す



すべての取り出し方は12通り

次ページにつづく

(1) ◢ の数→2通り

よってその確率は $\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$

(2) ⊿ の数→2通り

よってその確率は $\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$

(3) 無印の数→8通り

よってその確率は $\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$

$\boxed{4}$ A，B 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1)　目の和が 10 になる確率

(2)　目の積が 6 になる確率

(3)　目の和が 6 の約数になる確率

(4)　2 個の目がともに 3 の倍数になる確率

(5)　Aを十の位の数, Bを一の位の数としてできる2桁の数を作るとき, 40より大きくなる確率

解答　サイコロの目の出方を以下に示す。(Aの目 , Bの目)とすると,

(1,1)　(1,2)　(1,3)　(1,4)　(1,5)　(1,6)
(2,1)　(2,2)　(2,3)　(2,4)　(2,5)　(2,6)
(3,1)　(3,2)　(3,3)　(3,4)　(3,5)　(3,6)
(4,1)　(4,2)　(4,3)　(4,4)　(4,5)　(4,6)
(5,1)　(5,2)　(5,3)　(5,4)　(5,5)　(5,6)
(6,1)　(6,2)　(6,3)　(6,4)　(6,5)　(6,6)　　すべての目の出方は36通り

(1) 目の和が10になるのは

(4,6)　(5,5)　(6,4)　の3通り

よってその確率は $\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(2) 目の積が6になるのは

(1,6)　(2,3)　(3,2)　(6,1)　の4通り

よってその確率は $\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

(3) 目の和が6の約数(→1, 2, 3, 6)になるのは

1→なし　　　　2→(1,1)

3→(1,2)(2,1) 6→(1,5)(2,4)(3,3)(4,2)(5,1)　　の8通り

よってその確率は $\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

(4) 2個の目がともに3の倍数(→3,6) になるのは

(3,3)　(3,6)　(6,3)　(6,6)　の4通り

よってその確率は $\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

(5) 40より大きくなるのはAの目が4以上

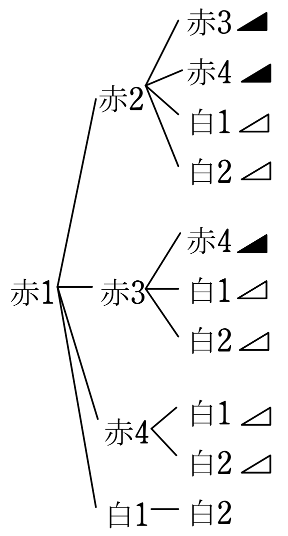
よってその確率は $\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$

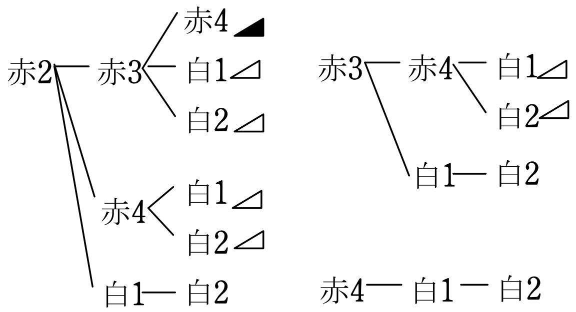
次ページにつづく

5 赤玉 4 個，白玉 2 個が入った袋から，同時に 3 個の玉を取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1) 3 個とも赤玉になる確率　　(2) 赤玉が 2 個，白玉が 1 個になる確率

解答　樹形図を以下に示す





すべての取り出し方は20通り

(1) ◢ の数→4通り

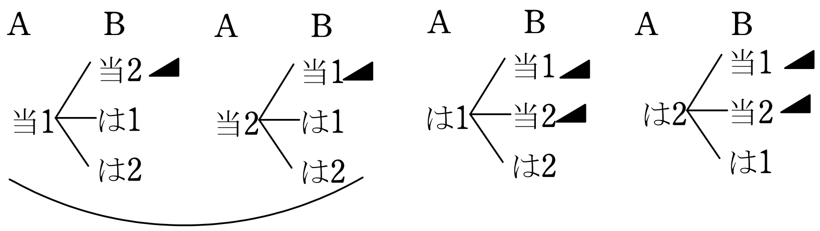
よってその確率は $\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$

(2) ⊿ の数→12通り

よってその確率は $\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$

6 4 本の中に 2 本の当たりくじが入っている箱の中から，A，B の 2 人がくじを引く。A，B の順でくじを引くとするとき，A の当たる確率，B の当たる確率をそれぞれ求めなさい。

解答　樹形図を以下に示す。当たり2本を当1, 当2, はずれ2本をは1, は2 とする。



すべての引き方は12通り

Aが当たる→実線の6通り

よってその確率は $\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

Bが当たる→ ◢ の数→6通り

よってその確率は $\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

以上

高校２年生　数学　第６回課題

休校が続いていますが，みなさんはどう過ごしているでしょうか。わたしは毎日ニュースを見て，感染者数に一喜一憂し，授業の再開を心待ちにしているところです。
さて，今回の宿題(最後であってほしい…)です。頑張ってみてください！

［用意するもの］

・数学Ⅱの教科書　・松蔭ノート　・筆記用具　・Study-Up　・クリアー

［課題(1,2 組一般，3 組特進)］

①　この前出された Study-Up の答え合わせをしましょう。
　解答は，このファイルの２ページ以降にあります。

②　ＮＨＫ高校講座ライブラリー数学Ⅱを開き
　https://www.nhk.or.jp/kokokoza/library/radio/r2_math2/index.html
　「二次方程式」を視聴しましょう。
　テキストは上記ＨＰの「学習メモ」の PDF ファイルを開くと見ることができます。

③　視聴が終了したら，上記ＨＰの「理解度チェック」に挑戦してみましょう。

④　［1,2 組一般］
　Study-Up の問題番号 71 から 76 を解く
　［3 組特進］
　Study-Up の問題番号 71 から 80 を解く　※途中式も書きましょう
　※教科書該当ページ p41-43

［課題(3 組理系)］

クリアーp30～32，p65～71

◎次の登校日に 1,2 組一般，3 組特進は study-Up を，3 組特進はノートを集めます。忘れないこと！

高校２年生数学の第６回課題は以上です。
内容などに質問がある場合は，9:00～15:00 までの間に 1,2 組は中村，3 組特進は板谷，3 組理系は佐野まで連絡を下さい。
１日で全てをやる必要はないですが，次回の課題までに計画的に取り組んで下さい。

以上

この前出された Study-Up の解答解説(1,2 組一般と 3 組特進)

59

(1)　x，y は実数であるから　　$x=3$，$y=5$

(2)　x，y が実数であるから，$x-y$，$x+4$ は実数である。

　よって　　$x-y=0$，$x+4=0$　　　　これを解いて　　$x=-4$，$y=-4$

(3)　x，y が実数であるから，$x+2y$，$2x-y$ は実数である。

　よって　　$x+2y=-3$，$2x-y=4$　　　　これを解いて　　$x=1$，$y=-2$

60

(1)　x，y は実数であるから　　$x=1$，$y=-3$

(2)　x，y が実数であるから，$x+3y$，$y+2$ は実数である。

　よって　　$x+3y=0$，$y+2=0$　　　　これを解いて　　$x=6$，$y=-2$

(3)　x，y が実数であるから，$x-y$，$3x+2y$ は実数である。

　よって　　$x-y=4$，$3x+2y=2$　　　　これを解いて　　$x=2$，$y=-2$

61

(1)　$(1+2i)+(6-3i)=(1+6)+(2-3)i=7-i$

(2)　$(1-i)-(2+3i)=(1-2)+(-1-3)i=-1-4i$

(3)　$(2+i)(5+i)=10+2i+5i+i^2=10+2i+5i+(-1)=(10-1)+(2+5)i=9+7i$

(4)　$(1-i)^2=1^2-2\cdot 1\cdot i+i^2=1-2i+(-1)=(1-1)-2i=-2i$

62

(1)　$(2-3i)+(4+7i)=(2+4)+(-3+7)i=6+4i$

(2)　$(-1+3i)-(7-4i)=(-1-7)+\{3-(-4)\}i=-8+7i$

(3)　$(1-3i)(-2+i)=-2+i+6i-3i^2=-2+i+6i-3(-1)$

$$=(-2+3)+(1+6)i=1+7i$$

(4)　$(4+5i)(4-5i)=4^2-(5i)^2=16-25i^2=16-25(-1)=41$

63

(1)　$3-i$　　　　(2)　$-\sqrt{2}\,i$

64

(1)　$10+4i$　　　　(2)　$\dfrac{1+\sqrt{5}\,i}{2}$

65

(1)　$\dfrac{5}{1+2i}=\dfrac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{5-10i}{1^2+2^2}=\dfrac{5-10i}{5}=1-2i$

(2)　$\dfrac{4-i}{2-3i}=\dfrac{(4-i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}=\dfrac{8+12i-2i-3i^2}{2^2+3^2}$

$$=\frac{8+12i-2i+3}{4+9}=\frac{11+10i}{13}=\frac{11}{13}+\frac{10}{13}i$$

66

(1) $\dfrac{i}{2+i}=\dfrac{i(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{2i-i^2}{2^2+1^2}=\dfrac{1+2i}{5}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i$

(2) $\dfrac{2+i}{3-4i}=\dfrac{(2+i)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)}=\dfrac{6+8i+3i+4i^2}{3^2+4^2}=\dfrac{6+8i+3i-4}{9+16}=\dfrac{2+11i}{25}=\dfrac{2}{25}+\dfrac{11}{25}i$

67

(1) $\sqrt{-11}=\sqrt{11}\,i$　　(2) $\pm\sqrt{-13}=\pm\sqrt{13}\,i$

68

(1) $\sqrt{-4}=\sqrt{4}\,i=2i$　　(2) $\pm\sqrt{-24}=\pm\sqrt{24}\,i=\pm2\sqrt{6}\,i$

以下特進課題

69

(1) $\sqrt{-5}\sqrt{-6}=\sqrt{5}\,i\times\sqrt{6}\,i=\sqrt{30}\,i^2=-\sqrt{30}$

(2) $(2+\sqrt{-5})^2=(2+\sqrt{5}\,i)^2=4+4\sqrt{5}\,i+5i^2=-1+4\sqrt{5}\,i$

(3) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{-3}}=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}\,i}=\dfrac{\sqrt{4}}{i}=\dfrac{2i}{i^2}=-2i$

70

(1) $\sqrt{-8}\sqrt{-1}=\sqrt{8}\,i\times i=\sqrt{8}\,i^2=-2\sqrt{2}$

(2) $(3-\sqrt{-2})^2=(3-\sqrt{2}\,i)^2=9-6\sqrt{2}\,i+2i^2=7-6\sqrt{2}\,i$

(3) $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{-2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}\,i}=\dfrac{\sqrt{5}}{i}=\dfrac{\sqrt{5}\,i}{i^2}=-\sqrt{5}\,i$

数学B　課題⑤可能なら印刷してプリントに書きましょう　　No.1

$\boxed{1}$　次の＿＿＿に適する物を書きいれなさい。

2つのベクトル $\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(x,\ 4)$ が垂直になるように，x の値を定める。

　$\vec{a}$，$\vec{b}$ が垂直なので，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\underline{0}$　より　$2x+1\times 4=\underline{0}$

よって　$x=\underline{-2}$

$\boxed{2}$　次の2つのベクトルが垂直になるように，x の値を定めよ。

(1)　$\vec{a}=(3,\ 6)$，$\vec{b}=(x,\ 4)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ より　$3x+6\times 4=0$

よって　$x=-8$

(2)　$\vec{a}=(x,\ -1)$，$\vec{b}=(x,\ x+2)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ より　$x^2+(-1)\times(x+2)=0$

よって　$x^2-x-2=0$

これを解いて　$x=-1,\ 2$

$\boxed{3}$　次の＿＿＿に適する物を書きいれなさい。

$\vec{a}=(\sqrt{3},\ -1)$ に垂直で大きさが4のベクトル $\vec{b}$ を求める。

$\vec{b}=(x,\ y)$ とおくと，$\vec{a}\perp\vec{b}$ であるから $\vec{a}\cdot\vec{b}=\underline{0}$　より

$\sqrt{3}\,x-y=\underline{0}$

よって　$y=\underline{\sqrt{3}\,x}$　……①

$|\vec{b}|^2=\underline{4^2}$ であるから

$x^2+y^2=\underline{4^2}$　……②

①を②に代入すると　$x^2+\underline{(\sqrt{3}\,x)^2}=\underline{16}$

整理すると　$4x^2=16$

よって　$x=\pm 2$

i）$x=2$ のとき①より　$y=\underline{2\sqrt{3}}$

ii）$x=-2$ のとき①より　$y=\underline{-2\sqrt{3}}$

よって　$\vec{b}=\underline{(2,\ \cdot 2\sqrt{3})}$，$\underline{(-2,\ -2\sqrt{3})}$

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}=(2,\ 1)$ に垂直で大きさが $\sqrt{10}$ のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

(2) $\vec{a}=(4,\ 3)$ に垂直な単位ベクトル $\vec{e}$ を求めよ。

解）

1） $\vec{b}=(x,\ y)$ とする。

$\vec{a}\perp\vec{b}$ であるから　$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　すなわち　$2x+y=0$

よって　$y=-2x$　…… ①

$|\vec{b}|^2=(\sqrt{10})^2$ であるから　$x^2+y^2=10$　…… ②

① を ② に代入すると　$x^2+(-2x)^2=10$

整理すると　$5x^2=10$　すなわち　$x=\pm\sqrt{2}$

ｉ）$x=\sqrt{2}$ のとき ① より　$y=-2\sqrt{2}$

ⅱ）$x=-\sqrt{2}$ のとき ① より　$y=2\sqrt{2}$

よって　$\vec{b}=(\sqrt{2},\ -2\sqrt{2}),\ (-\sqrt{2},\ 2\sqrt{2})$

(2) $\vec{e}=(x,\ y)$ とする。

$\vec{a}\perp\vec{e}$ であるから　$\vec{a}\cdot\vec{e}=0$　すなわち　$4x+3y=0$

よって　$y=-\dfrac{4}{3}x$　…… ①

$|\vec{e}|^2=1^2$ であるから　$x^2+y^2=1$　…… ②

① を ② に代入すると　$x^2+\left(-\dfrac{4}{3}x\right)^2=1$

整理すると　$\dfrac{25}{9}x^2=1$　すなわち　$x=\pm\dfrac{3}{5}$

ｉ）$x=\dfrac{3}{5}$ のとき ① より　$y=-\dfrac{4}{5}$

ⅱ）$x=-\dfrac{3}{5}$ のとき ① より　$y=\dfrac{4}{5}$

よって　$\vec{e}=\left(\dfrac{3}{5},\ -\dfrac{4}{5}\right),\ \left(-\dfrac{3}{5},\ \dfrac{4}{5}\right)$

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ。

(1) $\vec{0}$ でないベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ と $\vec{b}=(a_2,\ -a_1)$ は垂直であることを示せ。

(2) (1) を用いて，$\vec{a}=(1,\ 2)$ に垂直な単位ベクトル $\vec{e}$ を求めよ。

解)

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1a_2+a_2(-a_1)=a_1a_2-a_2a_1=0$

$a_1\neq0$ または $a_2\neq0$ であるから $\vec{a}\neq\vec{0},\ \vec{b}\neq\vec{0}$

よって，ベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ と $\vec{b}=(a_2,\ -a_1)$ は垂直である。

(2) $\vec{b}=(2,\ -1)$ は $\vec{a}$ に垂直である。

$$|\vec{b}|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$$

であるから $\vec{e}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\vec{b}$ または $\vec{e}=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\vec{b}$

よって $\vec{e}=\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}},\ -\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right),\ \left(-\dfrac{2}{\sqrt{5}},\ \dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$\boxed{6}$ 教科書P24をよく読んで，次の____に適するものを書き入れなさい。

内積の性質　ただし，k は実数とする

1 $\vec{a}\cdot\vec{a}=\underline{|\vec{a}|^2}$ 　　2 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\underline{\vec{b}\cdot\vec{a}}$

3 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\underline{\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}}$ 　　4 $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\underline{\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}}$

5 $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\underline{\vec{a}\cdot(k\vec{b})}=\underline{k(\vec{a}\cdot\vec{b})}$ 　（つまり 5 は全て $k\vec{a}\cdot\vec{b}$ と書ける）

【証明】 $\vec{a}=(a_1, a_2)$， $\vec{b}=(b_1, b_2)$， $\vec{c}=(c_1, c_2)$ とおく

1 の左辺 $=\underline{a_1{}^2+a_2{}^2}$，右辺 $=\underline{a_1{}^2+a_2{}^2}$ よって成り立つ。

2 の左辺 $=\underline{a_1b_1+a_2b_2}$，右辺 $=\underline{b_1a_1+b_2a_2}=\underline{a_1b_1+a_2b_2}$ よって成り立つ。

3 の左辺 $=(a_1+b_1)c_1+(a_2+b_2)c_2=\underline{a_1c_1+b_1c_1+a_2c_2+b_2c_2}$，

右辺 $=\underline{a_1c_1+b_1c_1+a_2c_2+b_2c_2}$ よって成り立つ

4 の左辺 $=a_1(b_1+c_1)+a_2(b_2+c_2)=\underline{a_1b_1+a_1c_1+a_2b_2+a_2c_2}$，

右辺 $=\underline{a_1b_1+a_1c_1+a_2b_2+a_2c_2}$ よって成り立つ

○等式 $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$ を証明する。

【証明】 左辺 $=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\underline{\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})+\vec{b}\cdot(\vec{a}+\vec{b})}$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=$ 右辺 　（終り）

$\boxed{7}$ 次の等式を証明せよ。

(1) $|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$

(2) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$

解)

(1) 左辺 $=(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})+2\vec{b}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}+2\vec{a}\cdot\vec{b}+2\vec{b}\cdot\vec{a}+4\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=$ 右辺

(2) 左辺 $=\vec{a}\cdot(\vec{a}-\vec{b})+\vec{b}\cdot(\vec{a}-\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2=$ 右辺

※　2つのベクトルの和で表されたベクトルどうしの，内積は「整式の展開」と同じように計算できる，ただし $\vec{a}\cdot\vec{a}$ は $\vec{a}^2$ は絶対にダメ， $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$ となる。内積の記号「・」は絶対に省略できない。

$\boxed{8}$ 次の____に適するものを書き入れなさい。

$\vec{a}$，$\vec{b}$ が次の条件　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$ を満たすとき，$|2\vec{a}-\vec{b}|$ の値を求める。

$|2\vec{a}-\vec{b}|^2=(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})\quad=\underline{4|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2}=\underline{4\times1^2-4\times2+4^2}\quad=12$

$|2\vec{a}-\vec{b}|\geqq0$ であるから　$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\boxed{9}$ $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $|\vec{a}+\vec{b}|$　　(2) $|\vec{a}-2\vec{b}|$

解)

(1) $|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=3^2+2\times(-3)+2^2=7$

$|\vec{a}+\vec{b}|\geqq0$ であるから　$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$

(2) $|\vec{a}-2\vec{b}|^2=(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$

$=3^2-4\times(-3)+4\times2^2=37$

$|\vec{a}-2\vec{b}|\geqq0$ であるから　$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{37}$

$\boxed{10}$ 次の____に適するものを書き入れなさい。

$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ で，$\vec{a}+\vec{b}$ と $2\vec{a}-5\vec{b}$ が垂直であるとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求め，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求める。

解）　$(\vec{a}+\vec{b})\perp(2\vec{a}-5\vec{b})$　であるから　$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}-5\vec{b})=\underline{\ 0\ }$

よって　$2|\vec{a}|^2-3\vec{a}\cdot\vec{b}-5|\vec{b}|^2=\underline{\ 0\ }$

$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ を代入すると　$\underline{2\times2^2-3\vec{a}\cdot\vec{b}-5\times1^2=0}$

したがって　$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$

$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{1}{2\times1}=\dfrac{1}{2}$

$0°\leqq\theta\leqq180°$ であるから　$\theta=60°$

$\boxed{11}$ $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=2$ で，$3\vec{a}-2\vec{b}$ と $\vec{a}+4\vec{b}$ が垂直であるとする。このとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

解）

$(3\vec{a}-2\vec{b})\perp(\vec{a}+4\vec{b})$ であるから　$(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+4\vec{b})=0$

よって　$3|\vec{a}|^2+10\vec{a}\cdot\vec{b}-8|\vec{b}|^2=0$

$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=2$ を代入すると

$3\times2^2+10\vec{a}\cdot\vec{b}-8\times2^2=0$

したがって　$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$

よって　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{2}{2\times2}=\dfrac{1}{2}$

$0°\leqq\theta\leqq180°$ であるから　$\theta=60°$

プリントは以上，クリアー「平面上のベクトル」P29までがやれます。力を付けたい方は必ずやりましょう。少なくともP23までは，やりましょう。

次のページは付録

プリント№8まで必修それ以降は自由解答。不明な点があった場合５月中は　teraguchi@shoin.ed.jp まで質問してきてOKです。ただし，メールなのですぐに気が付くわけではありません。急ぐ場合は学校に電話です。

問１　$\vec{a}=(5,\ 3)$，$\vec{b}=(-3,\ 1)$ とする。等式 $2(\vec{a}-\vec{x})=3\vec{a}-4\vec{b}$ を満たす $\vec{x}$ を成分表示せよ。

問２　$\vec{a}=(-1,\ 4)$，$\vec{b}=(3,\ 1)$ のとき，次のような単位ベクトルを求めよ。

(1)　$\vec{a}$ と同じ向き　　(2)　$\vec{a}+\vec{b}$ と同じ向き

問３　$\vec{a}=(4,\ -3)$ のとき，次のベクトルを求めよ。

(1)　$\vec{a}$ と向きが反対の単位ベクトル $\vec{b}$

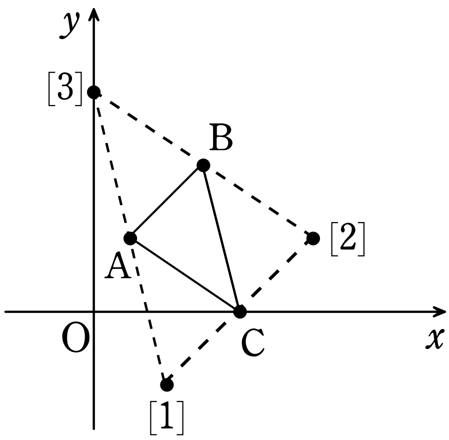
(2)　$\vec{a}$ と向きが反対で，大きさが 10 であるベクトル $\vec{c}$

問４　$\vec{a}=(9,\ 3)$，$\vec{b}=(-1,\ -2)$ と実数 t に対して，$\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$ とする。$|\vec{c}|$ の最小値と，そのときの t の値を求めよ。

問５　$\vec{a}=(1,\ 3)$，$\vec{b}=(2,\ 1)$ のとき，$|\vec{a}+t\vec{b}|=5\sqrt{2}$ となる実数 t の値を求めよ。

問６　$\vec{a}=(x,\ 1)$，$\vec{b}=(2,\ 3)$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ と $2\vec{a}-\vec{b}$ が平行になるように，x の値を定めよ。

問７　3 点 A$(1,\ 2)$，B$(3,\ 4)$，C$(4,\ 0)$ について，これらの点を 3 つの頂点とする平行四辺形の残りの頂点 D の座標を，ベクトルを用いて求めよ。



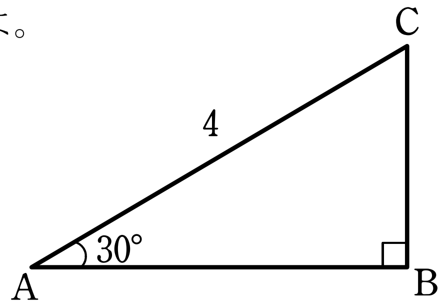
問８　$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。次の場合に内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(1)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\theta=30^\circ$　　　(2)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=5$，$\theta=135^\circ$

問９　右の図の直角三角形 ABC において，次の内積を求めよ。

(1)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$　　(2)　$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

(3)　$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$　　(4)　$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BA}$



問１０　次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(1)　$\vec{a}=(1,\ 3)$，$\vec{b}=(5,\ -2)$　　(2)　$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(3,\ -6)$

問１１　次の条件を満たす 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

(1)　$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$　　(2)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\sqrt{3}$

問１２　次の２つのベクトルのなす角 θ を求めよ。

(1)　$\vec{a}=(2,\ 1)$, $\vec{b}=(2,\ 6)$　　(2)　$\vec{a}=(\sqrt{3},\ 1)$, $\vec{b}=(-\sqrt{3},\ 1)$

(3)　$\vec{a}=(2,\ -3)$, $\vec{b}=(-4,\ 6)$　　(4)　$\vec{a}=(2\sqrt{3},\ -2)$, $\vec{b}=(-1,\ \sqrt{3})$

(5)　$\vec{a}=(3,\ 3)$, $\vec{b}=(1+\sqrt{3},\ 1-\sqrt{3})$

問１３　次の 2 つのベクトルが垂直になるように，x の値を定めよ。

(1)　$\vec{a}=(1,\ -1)$，$\vec{b}=(x,\ 2)$　　(2)　$\vec{a}=(x,\ 3)$，$\vec{b}=(x-7,\ 2)$

問１４　次の問いに答えよ。

(1)　$\vec{a}=(3,\ 4)$ に垂直で大きさが 5 のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

(2)　$\vec{a}=(3,\ -\sqrt{3})$ に垂直で大きさが 6 のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

問１５　次のベクトル$\vec{a}$に垂直な単位ベクトル$\vec{e}$を求めよ。

(1)　$\vec{a}=(-4,\ 3)$　　　(2)　$\vec{a}=(1,\ -1)$　　　(3)　$\vec{a}=(\sqrt{3},\ 1)$

問１５　$\vec{a}=(4,\ 2)$，$\vec{b}=(3,\ -1)$，$\vec{x}=(p,\ q)$ とする。$\vec{x}$ と $\vec{b}-\vec{a}$ が平行で，$\vec{x}-\vec{b}$ と $\vec{a}$ が垂直であるとき，p と q の値を求めよ。

問１６　ベクトル $\vec{a}=(-2,\ 1)$ と $135°$ の角をなし，大きさが $\sqrt{10}$ のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

問１７　$\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(3,\ -2)$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直であるように，実数 t の値を定めよ。

問１８　次の等式を証明せよ。

(1) $\left|2\vec{a}+3\vec{b}\right|^2=4\left|\vec{a}\right|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9\left|\vec{b}\right|^2$　　(2) $(3\vec{a}-4\vec{b})\cdot(3\vec{a}+4\vec{b})=9\left|\vec{a}\right|^2-16\left|\vec{b}\right|^2$

(3) $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}+2\vec{b})=\left|\vec{p}\right|^2-(\vec{a}-2\vec{b})\cdot\vec{p}-2\vec{a}\cdot\vec{b}$

問１９　$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$　　(2) $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$　　(3) $\left|2\vec{a}+\vec{b}\right|$

問２０　次の値を求めよ。

(1)　$|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $45°$ のとき，$|\vec{a}-\vec{b}|$

(2)　$|\vec{a}|=\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $150°$ のとき，$|3\vec{a}+2\vec{b}|$

問２１　$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=-2$，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ のとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ の大きさを求めよ。

(2)　$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

問２２　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$ のとき，次の問いに答えよ。

(1)　$|\vec{a}+t\vec{b}|$ の最小値と，そのときの実数 t の値を求めよ。

(2)　(1) で求めた t の値を t_0 とするとき，$(\vec{a}+t_0\vec{b})\perp\vec{b}$ であることを示せ。

問２３　$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3$ とする。$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直であるように，実数 t の値を定めよ。

問２４　$|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=2$ で，$3\vec{a}+2\vec{b}$ と $\vec{a}-\vec{b}$ が垂直であるとする。このとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

問２５　次の条件を満たす２つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

(1)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$　　　(2)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3\sqrt{2}$，$|3\vec{a}-\vec{b}|=3$

問２６　次の三角形の面積 S を求めよ。

(1)　$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=\sqrt{29}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=2\sqrt{2}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=6$ を満たす △OAB

(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{17}$，$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=2\sqrt{10}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=14$ を満たす △ABC

☆次の３点を頂点とする三角形の面積 S を求めよ。付録の公式使おう

(1)　O$(0,\ 0)$，A$(4,\ 3)$，B$(1,\ -3)$　　　(2)　A$(0,\ -1)$，B$(2,\ 5)$，C$(-1,\ 1)$